

### III Ułamki zwykłe - odpowiedzi

1. Co to jest ułamek?

**Ułamek** – wyrażenie postaci  $\frac{a}{b}$  gdzie a nazywane **licznikiem**, oraz b nazywane **mianownikiem**, są dowolnymi wyrażeniami algebraicznymi. Linie oddzielającą licznik od mianownika nazywa się **kreską ułamkową**.

2. Co to jest ułamek właściwy?

Ułamki, w których licznik jest mniejszy od mianownika to **ułamki właściwe**. Są one zapisem części czyli zawsze są mniejsze od 1.

UŁAMKI WŁAŚCIWE

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{6}{11} \quad \frac{7}{25} \quad \frac{19}{20} \quad \frac{14}{35} < 1$$

3. Co to jest ułamek niewłaściwy?

Ułamki, w których licznik jest większy lub równy mianownikowi to **ułamki niewłaściwe**. Ułamki takie są równe lub większe od 1.

UŁAMKI NIEWŁAŚCIWE

$$\frac{2}{2} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{18}{4} \quad \frac{25}{10} \geq 1$$

znak  $\geq$  czyt. większe lub równe

4. Co to znaczy, że ułamek jest w postaci nieskracalnej?

Ułamek w postaci nieskracalnej to taki, który jest w najprostszej postaci – dalej nie można już go skrócić!

Przykład ułamków nieskracalnych:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{7}{9}$ ,  $2\frac{4}{11}$ .

Przykład ułamka w postaci skraccalnej:  $\frac{15}{35} = \frac{15:5}{35:5} = \frac{3}{7}$  powstał ułamek w postaci nieskracalnej.

5. Jakie liczby nazywamy liczbami mieszanymi?

Liczba mieszana składa się z całości i ułamka niewłaściwego.

$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$  czyt. dwa i trzy czwarte

Liczby  $1\frac{1}{2}$ ,  $2\frac{3}{4}$  to liczby mieszane

$1\frac{1}{2}$   
całości (1)      część ułamkowa

## 6. Na czym polega skracanie ułamka?

**Skracanie ułamka** polega na podzieleniu licznika i mianownika danego ułamka przez wspólny dzielnik licznika i mianownika.

Przykłady skracania:

$$\frac{3}{6} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} \text{ wspólny dzielnik liczb 3 i 6 to liczba 3}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{2}{3} \text{ wspólny dzielnik liczb 8 i 12 to liczba 4}$$

$$\frac{10}{16} = \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{5}{8} \text{ wspólny dzielnik liczb 10 i 16 to liczba 2}$$

$$\frac{200}{600} = \frac{1 \cdot 200}{3 \cdot 200} = \frac{1}{3} \text{ wspólny dzielnik liczb 200 i 600 to liczba 200}$$

## 7. Na czym polega rozszerzanie ułamka?

Rozszerzanie ułamków polega na mnożeniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę (inną od zera). Jeden ułamek można rozszerzyć do wielu innych postaci ułamków, np.:

$$1) \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

$$2) \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{20}{30}$$

$$3) \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$$

Rozszerzenie ułamka nie powoduje zmiany jego wartości. Najczęściej zmienia się ułamki, aby sprowadzić do wspólnego mianownika.

## 8. W jaki sposób porównujemy dwa ułamki ze sobą?

- Jeśli porównywane ułamki mają wspólny mianownik, to większy jest ten, który ma większy licznik.
- Jeśli porównywane ułamki mają taki sam licznik, to większy jest ten, który ma mniejszy mianownik.
- W przypadku ułamków o różnych licznikach i różnych mianownikach, należy sprowadzić je do wspólnego mianownika lub licznika, bo w przeciwnym razie, wskazanie większej może być kłopotliwe.

## 9. Na czym polega dodawanie i odejmowanie ułamków o równych mianownikach?

- Dodając ułamki o równych mianownikach dodajemy ze sobą całości, jak również liczniki, a mianownik przepisujemy.

Przykłady:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{7} + \frac{6}{7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$$

$$3\frac{1}{5} + 4\frac{4}{5} = 7\frac{5}{5} = 8$$

- Odejmując ułamki o równych mianownikach odejmujemy ze sobą całości, jak również liczniki, a mianownik przepisujemy, choć to już takie oczywiste jak przy dodawaniu nie jest ...

Przykłady:

$$\frac{7}{9} - \frac{1}{9} = \frac{6}{9} \text{ dodatkowo można ułamek skrócić przez 3}$$

$$2\frac{4}{9} - \frac{2}{9} = 2\frac{2}{9}$$

$$3\frac{5}{8} - 1\frac{1}{8} = 2\frac{4}{8} = 2\frac{1}{2}$$

$$4\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} = 3\frac{4}{3} - 1\frac{2}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$5 - \frac{3}{8} = 4\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = 4\frac{5}{8}$$

#### 10. Na czym polega dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach?

Aby dodać lub odjąć ułamki o różnych mianownikach, należy je sprowadzić do wspólnego mianownika. Jest nim najmniejsza wspólna wielokrotność mianowników.

Przykłady:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{4}{6} =$$

$$= \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

najpierw sprowadzamy ułamki do wspólnego mianownika, którym jest 6 (najmniejsza wspólna wielokrotność liczb 2 i 3):

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{6}{10} - \frac{5}{10} =$$

$$= \frac{1}{10}$$

wspólnym mianownikiem jest 10, czyli najmniejsza wspólna wielokrotność liczb 5 i 2:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

$$1\frac{5}{6} + 2\frac{1}{4} =$$

$$= 1\frac{10}{12} + 2\frac{3}{12} =$$

$$= 3\frac{13}{12} =$$

$$= 4\frac{1}{12}$$

wspólny mianownik to 12

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

wyłączamy całości  $\frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$

11. W jaki sposób mnożymy ułamek przez liczbę?

Aby pomnożyć ułamek przez liczbę naturalną, **mnożymy** jego **licznik** przez tę liczbę, a **mianownik** pozostawiamy **bez zmian**.

Przykłady:

$$\frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{1 \cdot 3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{7} \cdot 2 = \frac{2 \cdot 2}{7} = \frac{4}{7}$$

$$1\frac{2}{5} \cdot 3 =$$

$$= \frac{7}{5} \cdot 3 =$$

$$= \frac{21}{5}$$

$$= 4\frac{1}{5}$$

$1\frac{2}{5}$  zamieniamy na ułamek niewłaściwy:

$$1\frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{7}{5}$$

wyłączam całości

$$5\frac{3}{4} \cdot 8 =$$

$$= \frac{23}{\cancel{4}_1} \cdot \cancel{8}^2 =$$

$$= \frac{46}{1} = 46$$

liczbę mieszaną  $5\frac{3}{4}$  zamieniam na ułamek niewłaściwy:

$$5\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{23}{4}$$

przed wykonaniem mnożenia skracam liczbę z mianownikiem

12. Co to jest odwrotność ułamka?

Ułamkiem odwrotnym do ułamka  $\frac{a}{b}$  jest ułamek  $\frac{b}{a}$ .

Przykłady:

$\frac{3}{7}$  ułamek odwrotny  $\frac{7}{3}$

$\frac{6}{11}$  ułamek odwrotny  $\frac{11}{6}$

$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$  ułamek odwrotny  $\frac{3}{5}$  **pamiętaj, aby ułamek mieszany zamień na ułamek niewłaściwy!**

13. W jaki sposób mnożymy dwa ułamki przez siebie?

Aby **pomnożyć ułamek przez ułamek**, należy pomnożyć **licznik** pierwszego ułamka **przez licznik** drugiego, a **mianownik** pierwszego ułamka pomnożyć **przez mianownik** drugiego ułamka.

Przykłady:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{2}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{10}^2}{7} =$$

$$= \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 7} = \frac{4}{7}$$

przed wykonaniem mnożenia skracam ułamki „na krzyż” (ułatwia to rachunki)

$$2\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{11}{4} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$$

liczbę mieszaną  $2\frac{3}{4}$  zamieniam na ułamek

niewłaściwy:

$$2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{5} =$$

$$= \frac{\cancel{15}^3}{4} \cdot \frac{21}{\cancel{5}_1} =$$

$$= \frac{63}{4} = 15\frac{3}{4}$$

liczby mieszane zamieniam na ułamki niewłaściwe

skracam „na krzyż” (tzn. licznik pierwszego ułamka z mianownikiem drugiego)

14. W jaki sposób dzielimy dwa ułamki przez siebie?

Przy dzieleniu ułamków będzie Ci potrzebna znajomość **liczb odwrotnych**.

Przykłady w tabelce:

liczba	2	7	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{12}{5}$	$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$	$1\frac{4}{7} = \frac{11}{7}$
jej odwrotność	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{7}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{11}$

Aby **podzielić** liczbę przez ułamek, **mnożymy** tę liczbę przez **odwrotność** tego ułamka.

**Pamiętaj! Nie wolno dzielić przez 0.**

**Przykłady:**

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$= \frac{3}{4}$$

mnożę pierwszy ułamek przez odwrotność drugiego

odwrotnością liczby  $\frac{2}{3}$  jest  $\frac{3}{2}$

$$5 : \frac{3}{4} =$$

$$= 5 \cdot \frac{4}{3} =$$

$$= \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

mnożymy 5 przez odwrotność  $\frac{3}{4}$



$$3\frac{5}{7} : \frac{13}{14} =$$

$$= \frac{26}{7} : \frac{13}{14} =$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{26}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{1}{\cancel{13}}} =$$

$$= \frac{4}{1} = 4$$

$3\frac{5}{7}$  zamieniam na ułamek niewłaściwy

pierwszy ułamek mnożę przez odwrotność drugiego

przed mnożeniem skracam „na krzyż”

$$2\frac{2}{5} : 4 =$$

$$= \frac{12}{5} : 4 =$$

$$= \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{4}_1} =$$

$$= \frac{3}{5}$$

odwrotnością liczby 4 jest  $\frac{1}{4}$